

Détermination instantanée de l'effusivité massique d'humidité d'un matériau hygroscopique

G. BASTIAN et N. AL SHEIKH HASSAN

Institut Universitaire de Technologie, Génie Civil, BP 420, 44606 Saint-Nazaire Cedex, France
 Ecole Centrale de Nantes, Génie Civil, 1, rue de la Noë, 44072 Nantes Cedex, France

(Reçu le 2 avril 1991 et sous forme finale le 4 février 1992)

Résumé—On propose une méthode ultra-rapide de détermination d'un paramètre que l'on dénomme effusivité massique d'humidité et qui est l'analogie de l'effusivité thermique. Cette méthode est utilisable pour un matériau en état hygroscopique. L'effusivité massique se déduit de l'analyse de la réponse en humidité relative de l'air au voisinage d'une plaque du matériau considéré, réponse consécutive à un bref créneau de séchage isotherme de cette plaque. Les expérimentations ont été menées sur des plaques de mortier de teneurs en eau différentes. Les résultats présentent un bon accord avec ceux obtenus par une méthode moins rapide mise au point précédemment et avec ceux que l'on peut déduire de données existantes.

1. INTRODUCTION

IL A ÉTÉ proposé [1] un ensemble cohérent de méthodes dynamiques rapides de détermination des divers paramètres caractérisant les transferts de chaleur et d'humidité au sein d'un matériau en état hygroscopique. Le principe en est le suivant : on applique séparément à une éprouvette de géométrie convenable de ce matériau des échelons de chaleur ou de séchage isotherme ; on déduit des réponses en température superficielle ou en humidité relative de l'air avoisinant l'éprouvette les paramètres thermiques (diffusivité, effusivité, conductivité, chaleur volumique) ou les paramètres du transfert isotherme de masse (diffusivité, et, par analogie avec la Thermique, effusivité et conductivité massiques, capacité volumique d'absorption d'humidité).

En ce qui concerne les paramètres du transfert de masse, la durée des mesures, rapide si on la compare à celle de méthodes classiques où l'on analyse l'évolution dans le temps de teneurs en eau, s'avère néanmoins encore importante (typiquement : douze à vingt-quatre heures pour une plaque de mortier de deux centimètres d'épaisseur).

Nous présentons ici une méthode ultra-rapide (durée inférieure à dix minutes en reprenant l'exemple précédent) de détermination de l'effusivité massique d'humidité.

2. EQUATION DU TRANSFERT ISOTHERME D'HUMIDITE

Partons d'une formulation complète telle que celle de Moyne [2] des transferts couplés de chaleur et

d'humidité dans un matériau poreux capillaire :

$$(m_{ij}) \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \theta \\ u \\ p_i \end{pmatrix} = \nabla \cdot (k_{ij}) \nabla \begin{pmatrix} \theta \\ u \\ p_i \end{pmatrix} - \nabla \begin{pmatrix} 0 \\ \Xi \\ 0 \end{pmatrix}.$$

On peut montrer [3] que :

- dans le cas d'un matériau hygroscopique à basse température (20 à 30°C par exemple) ;
- en l'absence de gradient de pression absolue ;
- en négligeant les effets gravitaires [4] ;
- en supposant faible la perturbation subie par le matériau à partir de l'équilibre, d'où des coefficients m_{ij} et k_{ij} assimilables à des constantes ; le système de départ se réduit à :

$$\begin{cases} \rho_0 c \frac{\partial \theta}{\partial t} = k_{11} \nabla^2 \theta + k_{12} \nabla^2 u \\ \frac{\partial u}{\partial t} = k_{21} \nabla^2 \theta + k_{22} \nabla^2 u \end{cases}$$

avec notamment $k_{11} \simeq \lambda$ conductivité thermique et $k_{22} = a_m$ diffusivité massique. Une discussion sur la signification physique de k_{11} est donnée par Moyne *et al.* [5].

Les hypothèses précédentes étant satisfaites, le problème suivant a été résolu : réponse en transfert d'humidité d'une plaque plane d'épaisseur l dont les deux faces sont maintenues isothermes ; une face reçoit à partir de l'instant $t = 0$ une densité de flux massique d'humidité P_m (positive ou négative) constante, l'autre face est maintenue imperméable à l'humidité mais non à l'air (Fig. 1).

NOMENCLATURE

a	diffusivité thermique du matériau [$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$]	Re	nombre de Reynolds, Ud/v_a
a_a	diffusivité thermique de l'air [$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$]	t	temps [s]
a_m	diffusivité massique d'humidité du matériau [$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$]	t_s	durée de séchage [s]
b	effusivité thermique [$\text{W s}^{-1/2} \text{m}^{-2} \text{K}^{-1}$]	T	température thermodynamique [K]
b_m	effusivité massique d'humidité [$\text{kg s}^{-1/2} \text{m}^{-2} \%^{-1}$]	u	teneur en eau du matériau [kg kg^{-1}]
c	chaleur massique du matériau [$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$]	U	vitesse moyenne de l'air du canal [m s^{-1}]
c_m	capacité d'absorption d'humidité du matériau [$\text{kg/kg}\%$]	x, z	coordonnées cartésiennes [m].
c_{ma}	capacité d'absorption d'humidité de l'air [$\text{kg/kg}\%$]	Symboles grecs	
d	diamètre hydraulique [m]	α_c	coefficient de convection [$\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$]
D_v	coefficient de diffusion de la vapeur dans l'air [$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$]	β_m	coefficient de transfert superficiel d'humidité [m s^{-1}]
j_m	densité de flux massique superficiel [$\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$]	β_ϕ	coefficient de transfert superficiel d'humidité [$\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1} \%^{-1}$]
k	conductivité massique du matériau/capacité surfacique d'absorption d'humidité par l'air [m s^{-1}]	θ	température ou écart de température [$^\circ\text{C}$ ou K]
l	épaisseur (de la plaque de matériau) [m]	θ_m	potentiel de transfert de masse défini par Luikov [$^\circ\text{M}$]
l'	longueur (du canal) [m]	λ	conductivité thermique du matériau [$\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$]
Lu	nombre de Luikov, a_m/a	λ_a	conductivité thermique de l'air [$\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$]
m_a	masse d'air/surface de matériau [kg m^{-2}]	λ_m	conductivité massique d'humidité [$\text{kg s}^{-1} \text{m}^{-1} \%^{-1}$]
Nu	nombre de Nusselt, $\alpha_c d/\lambda_a$	v_a	viscosité cinématique de l'air [$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$]
p_s	pression de vapeur saturante à l'air libre [Pa]	Ξ	potentiel gravitaire [m s^{-1}]
p_t	pression totale [Pa]	ρ_0	masse volumique du matériau sec [kg m^{-3}]
p_{va}	pression de vapeur dans la veine d'air [Pa]	ϕ	humidité relative de l'air [%]
p_{vs}	pression de vapeur en surface du matériau [Pa]	ϕ_a	humidité relative de l'air (veine d'air) [%]
P	densité de flux thermique appliquée en surface [W m^{-2}]	ϕ_{a0}	humidité relative de l'air (veine d'air, $t = 0$) [%]
P_m	densité de flux massique appliquée en surface [$\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$]	ϕ_s	humidité relative de l'air (surface) [%]
Pe	nombre de Péclet, Ud/a_a	ϕ_{s0}	humidité relative de l'air (surface, $t = 0$) [%].
R_v	constante de la vapeur d'eau : 460 [$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$]	Indice haut	
		*	paramètre adimensionnel.

Luikov [6] a introduit, par analogie avec la température, potentiel de transfert de chaleur, la notion de potentiel de transfert d'humidité; il remarque en particulier que la teneur en eau est plutôt l'analogue d'une enthalpie: il s'établira entre deux matériaux différents mis en contact un équilibre hydrique ne correspondant pas à l'égalité des teneurs en eau; par contre, ces deux matériaux, une fois en équilibre et mis en contact avec un même troisième—en l'occurrence du papier filtre—imposeront à celui-ci une même teneur en eau. Le potentiel de transfert de masse est défini par $\theta_m = 100u_s/u_{sm}$ avec u_s teneur en eau du

papier en équilibre avec le matériau considéré et u_{sm} teneur en eau maximale du papier par absorption de vapeur d'eau. Des valeurs de θ_m supérieures à 100% peuvent d'ailleurs être obtenues par imbibition capillaire.

La démarche de Luikov est finalement celle pratiquée dans la construction d'une échelle de température [7]: il y a notamment nécessité d'une correspondance biunivoque entre teneur en eau à une température donnée et potentiel de transfert de masse, le choix de ce dernier étant par ailleurs tout à fait arbitraire. On écrira $\theta_m = \theta_m(u, \theta)$.

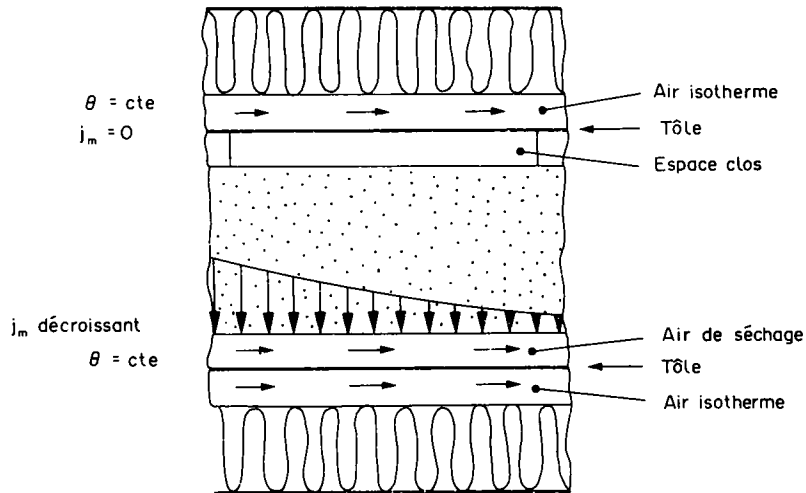


FIG. 1. Schéma de principe du montage.

Dans le cas d'un matériau en état hygroscopique, il existe une telle relation entre humidité relative ϕ de l'air, imposée par le matériau au voisinage immédiat de celui-ci et teneur en eau u et température θ du matériau [8]. Cette relation est traduite graphiquement pour un matériau donné par un réseau d'isothermes de désorption. On pourra en principe éliminer les difficultés liées à l'hystérésis de sorption-désorption (fonction multiforme $\phi(u, \theta)$) en convenant d'amener progressivement le matériau que l'on étudie de l'état saturé à des états de plus en plus secs à partir de chacun desquels on observera la réponse à de faibles flux massiques.

On fait choix, maintenant, de l'humidité relative de l'air comme potentiel [9], d'où le changement de variable (θ, u) en (θ, ϕ) ; le calcul montre qu'il existe, dans les hypothèses déjà indiquées, un fort découplage entre les variables θ et ϕ [3]. On donne seulement ici la solution approchée qui ne serait parfaitement exacte que dans le cas d'un découplage total (coefficients k_{12} et k_{21} négligeables, nombre de Luikov $Lu = a_m/a$ tendant vers 0) :

$$\begin{cases} \theta(x, t) \simeq 0, & x \in [0, 1], \quad t > 0 \\ \phi(0, t) \simeq \frac{2P_m}{b_m\sqrt{\pi}}\sqrt{t}, & t > 0. \end{cases}$$

D'où une évolution linéaire de $\phi(0, t)$ en fonction de \sqrt{t} et l'obtention graphique de b_m si on a pu mesurer P_m .

Les points suivants sont à noter :

- on introduit par analogie avec les grandeurs définies en Thermocinétique [6] :

$$c_m = \left(\frac{\partial u}{\partial \phi} \right)_\theta, \quad \lambda_m = a_m \rho_0 c_m, \quad b_m = \sqrt{(\lambda_m \rho_0 c_m)}$$

on verra plus précisément en 4, la validité de ces définitions ;

- la détermination de b_m découle de celle de b suivant la méthode établie par Krischer [10] : réponse en température de la face recevant un flux thermique constant d'une plaque dont l'autre face est isolée ;
- c'est ce procédé de mesure de b_m qui avait été décrit en [1].

L'analogie entre mesure de b et mesure de b_m n'est toutefois pas complète : alors que la densité de flux thermique P appliquée à une plaque est rendue facilement constante dans le temps et sur toute la surface de la plaque, la densité P_m créée par une circulation d'air—sec ou humide—le long d'une plaque ne sera constante ni dans le temps ni dans l'espace. On arrive toutefois à concevoir des conditions expérimentales telles que, sur un certain domaine temporel, P_m soit sensiblement constant et, par ailleurs, décroisse quasi linéairement d'une extrémité à l'autre de la plaque balayée par une circulation d'air (Fig. 1).

On s'est donc proposé d'établir une modélisation plus fine des conditions aux limites, du point de vue transfert isotherme d'humidité entre une plaque de matériau hygroscopique et une circulation d'air.

3. MODELISATION DES TRANSFERTS D'HUMIDITE ENTRE UNE CIRCULATION D'AIR ET UNE PLAQUE DE MATERIAU HYGROSCOPIQUE

Krischer et Kröll définissent un coefficient de transfert de masse β_m [11] tel que :

$$j_m = \frac{\beta_m}{R_v T} (p_{vs} - p_{va})$$

avec p_{vs} et p_{va} : pressions de vapeur en surface du matériau et dans l'écoulement d'air ; R_v : constante de la vapeur d'eau ; T : température absolue. On écrit donc ici une condition de troisième espèce ; rappelons

encore qu'en [1] avait été formulée l'hypothèse d'une condition de deuxième espèce: $j_m = P_m$.

Dans l'hypothèse où p_{vs} est très voisin de p_{va} , on est amené à concevoir une condition de première plutôt que de troisième espèce mais prenant en compte l'évolution au long de l'écoulement de la pression p_{va} . Ce modèle a été développé par Carslaw et Jaeger [12] à propos de transferts thermiques.

Soit un milieu semi-infini limité par le plan $x = 0$; l'air maintenu isotherme se déplace uniformément dans la région $z > 0$ avec la vitesse U suivant l'axe z . L'humidité relative est supposée constante dans une section d'abscisse z ; cette hypothèse sera justifiée plus loin à partir de l'évaluation des ordres de grandeur de β_m et de j_m . Si cette hypothèse n'était pas justifiée, on serait amené à écrire une condition de troisième espèce d'exploitation mathématique plus délicate [12]. Enfin, on suppose qu'il n'y a pas de transfert d'humidité entre deux tranches voisines.

Soit m_a la masse d'air en contact avec l'unité de surface du matériau, c_{ma} la capacité d'absorption d'humidité de l'air (en kg/kg%), $\phi_a(z, t)$ l'humidité relative de l'air, $\phi(x, z, t)$ le potentiel de transfert de masse dans le matériau. Enfin, on suppose finie la conductivité λ_m suivant x et nulle au contraire celle suivant z : on aura des lignes de flux perpendiculaires à la surface de séparation.

D'où finalement, en posant :

$$\begin{aligned} \phi_{a0} &= \phi_a(0, t), & \phi_s &= \phi(0, z, t) \\ \phi_{s0} &= \phi(0, 0, t), & k &= \lambda_m/m_a c_{ma}, \end{aligned}$$

le système :

$$\left\{ \begin{aligned} x > 0 \text{ (matériau)}, & \quad \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \frac{1}{a_m} \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0, \\ z > 0, & \quad t > 0 \\ x = 0, & \quad \phi_s = \phi_a, \quad z > 0, \quad t > 0 \\ x = 0, & \quad \lambda_m \frac{\partial \phi}{\partial x} = m_a c_{ma} \frac{\partial \phi_a}{\partial t} + U \frac{\partial \phi_a}{\partial z}, \\ z > 0, & \quad t > 0 \\ t = 0, & \quad \phi = \phi_{s0}, \quad x > 0, \quad z > 0 \\ z = 0, & \quad \phi_a = \phi_{a0}, \quad x < 0, \quad t > 0. \end{aligned} \right.$$

Ce système, résolu par la transformation de Laplace, amène à :

$$\left\{ \begin{aligned} t < z/U : \text{air} : \phi_a = \phi_{s0}, \quad \text{matériau} : \phi = \phi_{s0} \\ t > z/U : \text{air} : \phi_a - \phi_{s0} \\ &= (\phi_{a0} - \phi_{s0}) \operatorname{erfc} \frac{kz}{2U\sqrt{[a_m(t-z/U)]}} \\ t > z/U : \text{matériau} : \phi - \phi_{s0} \\ &= (\phi_{a0} - \phi_{s0}) \operatorname{erfc} \frac{xU+kz}{2U\sqrt{[a_m(t-z/U)]}}. \end{aligned} \right.$$

Soit, en posant : $z^* = z/l'$ (l' : longueur du canal), $x^* = x/l$ (l : épaisseur effective de la plaque supposée initialement semi-infinie), $t^* = a_m t/l^2$, $U^* = kl'/U$, $V^* = l^2 U/a_m l'$:

$$\left\{ \begin{aligned} \phi_a^* &= \operatorname{erfc} \frac{U^* z^*}{2\sqrt{[t^* - z^*/V^*]}} \\ \phi^* &= \operatorname{erfc} \frac{x^* + U^* z^*}{2\sqrt{[t^* - z^*/V^*]}} \end{aligned} \right. \quad \text{(Fig. 2).}$$

La densité de flux superficielle est :

$$\begin{aligned} j_m &= (\phi_{a0} - \phi_{s0}) \frac{\lambda_m}{\sqrt{[\pi a_m(t-z/U)]}} \\ &\quad \times \exp\left(-\frac{k^2 z^2}{4U^2 a_m(t-z/U)}\right) \\ j_m^* &= \frac{1}{\sqrt{[\pi(t^* - z^*/V^*)]}} \\ &\quad \times \exp\left(-\frac{U^{*2} z^{*2}}{4(t^* - z^*/V^*)}\right) \quad \text{(Fig. 3).} \end{aligned}$$

Ce dernier graphe permettra éventuellement d'apprécier sur quel domaine de t^* , j_m^* = constante constituerait une approximation convenable de l'expression plus affinée de j_m^* que l'on vient de donner.

Reprenant l'expression de ϕ^* on peut faire apparaître b_m :

$$\phi_a - \phi_{s0} = (\phi_{a0} - \phi_{s0}) \operatorname{erfc}\left(\frac{b_m z}{2Um_a c_{ma} \sqrt{(t-z/U)}}\right)$$

soit pour t suffisamment grand :

$$b_m = \frac{\sqrt{\pi Um_a c_{ma}}}{z(\phi_{a0} - \phi_{s0})} \frac{\Delta \phi_a}{\Delta \left(\frac{1}{\sqrt{(t-z/U)}}\right)}.$$

On peut donc obtenir b_m à partir de la pente de la partie rectiligne du graphe de ϕ_a en fonction de $1/\sqrt{(t-z/U)}$. En fait, la phase de séchage est moins propice que celle de retour à l'équilibre à l'obtention de bons graphes expérimentaux : ceci tient au mode de production d'air de séchage à partir d'air comprimé détendu. Il faut donc maintenant établir la réponse du matériau, supposé semi-infini à un créneau de séchage de durée t_s .

On fait appel à la notion de source et à la méthode des images [12]; on considère que la densité de flux est nulle dès coupure du séchage; on a alors en surface ($x = 0$) en posant :

$$\begin{aligned} \phi_s^*(t) &= \frac{\phi_s(t) - \phi_s(t_s)}{\phi_{a0} - \phi_{s0}} \\ \phi_s^* &= \int_0^\infty \frac{e^{-x^2/4} a_m t}{\sqrt{(\pi a_m t)}} \operatorname{erfc}\left(\frac{x+kz/U}{2\sqrt{[a_m(t_s-z/U)]}}\right) dx. \end{aligned}$$

En formant la transformée de Laplace de ϕ_s^* :

$$\bar{\phi}_s^* = \int_0^\infty e^{-p't} \phi_s(t) dt$$

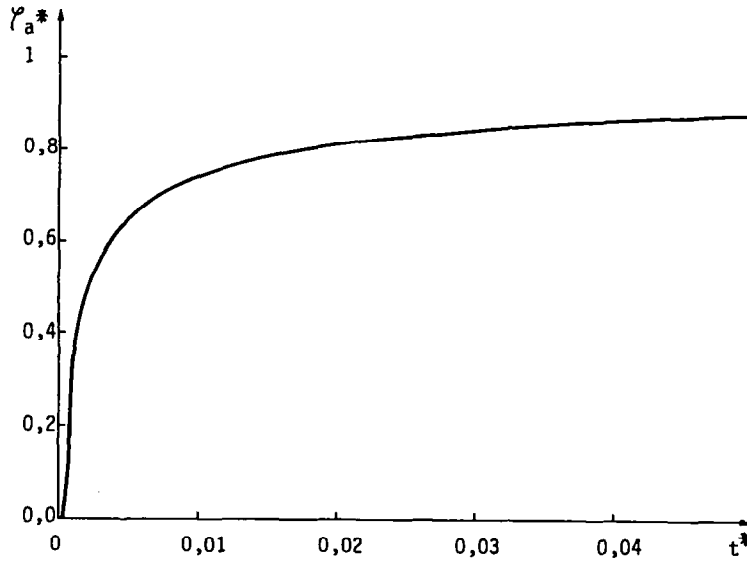


FIG. 2. Evolution de l'humidité relative de l'air du canal lors du séchage en fonction du temps au point $z^* = 0,5$.

intervertissant l'ordre des intégrations et posant :

$$\alpha = \frac{1}{2\sqrt{[a_m(t_s - z/U)]}}, \quad \beta = \alpha kz/U \quad q = \sqrt{(p/a_m)},$$

on obtient :

$$\bar{\phi}_s^* = \int_0^\infty \operatorname{erfc}(\alpha x + \beta) \frac{e^{-qx}}{a_m q} dx.$$

Posant ensuite: $X = \alpha x + \beta$ et pratiquant des intégrations par parties successives on obtient :

$$\begin{aligned} \bar{\phi}_s^* = \frac{1}{a_m q^2} & \left[\operatorname{erfc} \beta + \frac{\alpha}{q} \left(\frac{d(\operatorname{erfc} X)}{dX} \right)_{X=\beta} \right. \\ & + \frac{\alpha^2}{q^2} \left(\frac{d^2(\operatorname{erfc} X)}{dX^2} \right)_{X=\beta} \\ & \left. + \dots + \frac{\alpha^n}{q^n} \int_\beta^\infty \frac{d^n(\operatorname{erfc} X)}{dX^n} e^{-qX/\alpha} dX \right]. \end{aligned}$$

Pour q grand, donc t petit, en conservant les deux

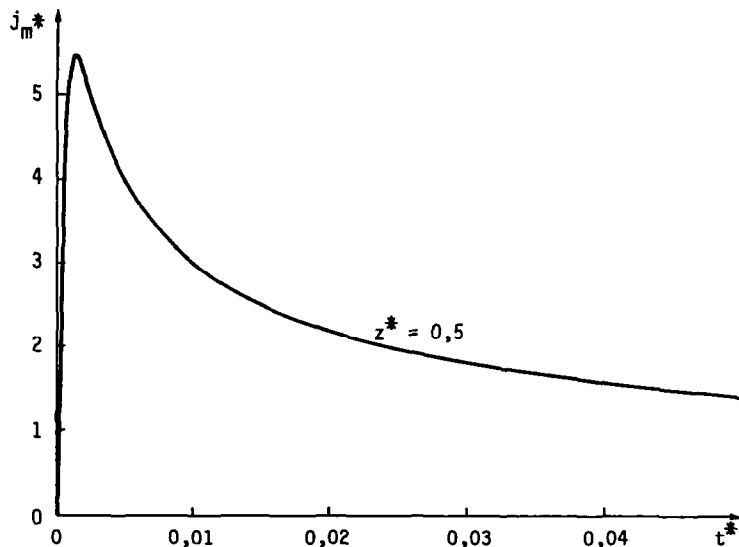


FIG. 3. Evolution de la densité de flux massique en surface du matériau lors du séchage en fonction du temps au point $z^* = 0,5$.

premiers termes du développement :

$$\phi_s^* \approx \operatorname{erfc} \frac{kz}{2U\sqrt{[a_m(t_s - z/U)]}} - \frac{2}{\pi} \sqrt{\left(\frac{t}{t_s - z/U}\right)} \exp\left(-\frac{k^2 z^2}{4U^2 a_m(t_s - z/U)}\right).$$

En prenant l'origine des temps au début du séchage et faisant apparaître b_m on a :

$$\frac{\phi_s(t) - \phi_{s0}}{\phi_{a0} - \phi_{s0}} = \operatorname{erfc} \frac{b_m z}{2Um_a c_{ma} \sqrt{(t_s - z/U)}} - \frac{2}{\pi} \sqrt{\left(\frac{t - t_s}{t_s - z/U}\right)} \exp\left(-\frac{b_m^2 z^2}{4U^2 m_a^2 c_{ma}^2 (t_s - z/U)}\right)$$

expression de la forme: $A - B\sqrt{(t - t_s)}$. On pourra déterminer b_m soit à partir de l'expression de A qui correspond à l'humidité à la coupure du séchage, soit à partir de l'expression de B . Si t_s est trop élevé, A tend vers 1 et B est équivalent à $2/\pi\sqrt{(t_s - z/U)}$: on perd toute information sur b_m . Ces valeurs limites constituent néanmoins un test de validité de notre modèle.

Précisons la sensibilité de la méthode d'obtention de b_m à partir de la mesure de la pente B : posant $C = -(b_m z / 2Um_a c_{ma})^2$ et $y = dB/dC$, on cherchera à ce que y soit extrême en calculant et annulant dy/dt_s . On aboutit ainsi à $t_s = (2C/3) + z/U$; z/U est en général faible et il restera (sous forme adimensionnelle): t_s^* de l'ordre de $U^{*2} z^{*2} / 6$.

Enfin, l'expression de B amène d'autre part à :

$$b_m = \frac{2Um_a c_{ma} \sqrt{(t_s - z/U)}}{z} \times \ln \left(\frac{2(\phi_{s0} - \phi_{a0})}{\pi(t_s - z/U)} \frac{\Delta(\sqrt{(t - t_s)})}{\Delta\phi_s} \right)^{1/2}$$

4. EFFUSIVITE MASSIQUE D'UN MORTIER

4.1. Etude expérimentale

Le matériau étudié a été un mortier à base de liant hydraulique (ciment CPJ 45) et sable siliceux (granu-

lométrie 0/4 mm), dosage pour 1 m^3 : $C = 450 \text{ daN}$, $S = 1350 \text{ daN}$, $E = 225 \text{ daN}$. Le schéma de principe du montage est celui de la Fig. 1. On a utilisé des plaques de mortier de dimensions $60 \times 35 \times 1,2 \text{ cm}$. Les différents éléments empilés: isolant, tôle, mortier, sont séparés par des cales de P.V.C. en périphérie de façon à ménager des canaux très écrasés (Fig. 4). L'air circulant le long d'une plaque est de l'air comprimé détendu dont le débit est facilement réglable et qui est initialement particulièrement sec (10 à 15% d'humidité relative); l'air est porté avant introduction dans le canal très plat formé par tôle, plaque de mortier et cales à l'humidité requise par mélange avec de l'air saturé. Des circulations d'air complémentaires assurent l'isothermie du montage. Enfin, comme déjà indiqué [1], l'humidité de l'air est mesurée à l'aide d'une sonde 'sable' à capteur capacitif. Si la méthode exposée en [1] nécessite trois points de mesure, celle décrite ici n'en nécessite qu'un seul pour l'obtention de b_m .

On s'est efforcé de réaliser un écoulement d'air conforme au modèle décrit. Dans la mesure où l'ensemble du montage est maintenu isotherme il n'y a pas d'effet convectif et l'étude de l'écoulement s'en trouve réduite: même pour un faible nombre de Reynolds (Re), le coefficient de transfert de masse β_m défini par Krischer et Kröll [11] est élevé en valeur relative. Ces auteurs indiquent que lorsque la pression partielle de vapeur est très inférieure à la pression totale (atmosphérique) on a sensiblement dans le cas d'un écoulement avec couche limite au repos ou en régime laminaire :

$$\frac{\alpha_c}{\beta_m} = \frac{\lambda_a}{D_v}$$

α_c coefficient de convection, λ_a conductivité de l'air, D_v diffusivité de la vapeur dans l'air. On a: $\lambda_a/D_v \approx 1000 \text{ J m}^{-3} \text{ K}^{-1}$.

Evaluons maintenant Re : soit un débit de 600 l h^{-1} dans un canal de section $30 \times 0,8 \text{ cm}$; le diamètre hydraulique est $d = 1,6 \text{ cm}$ et la viscosité cinématique $1,5 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$. Tout ceci amène à: $Re_d = 70$.

Le nombre de Péclet, $Pe_d = Ud/a_a$, a_a diffusivité

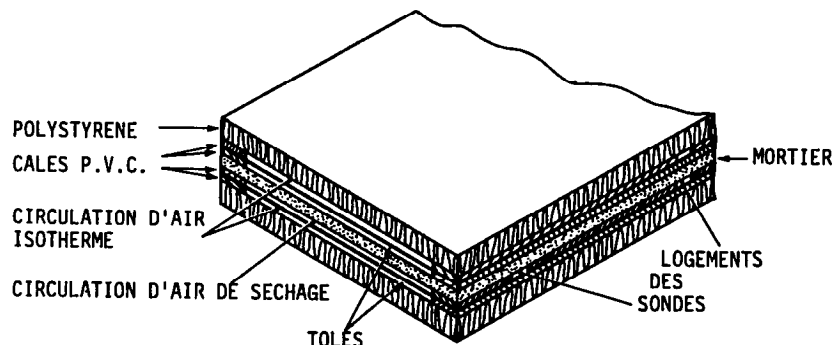


FIG. 4. Schéma du montage.

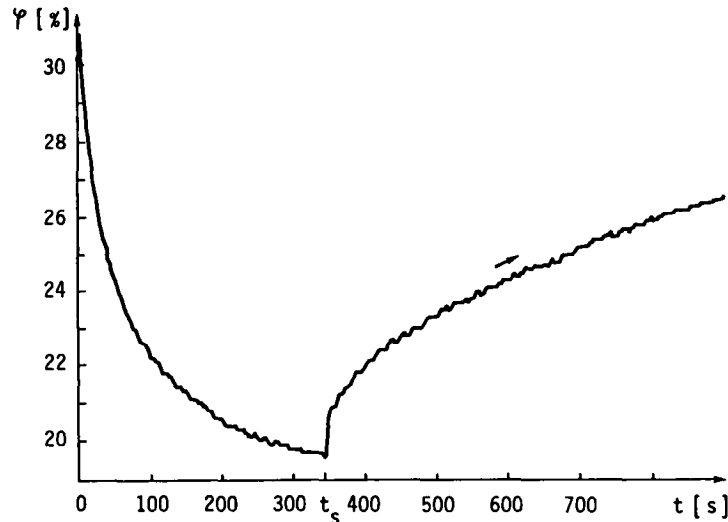


FIG. 5. Evolution de l'humidité relative de l'air du canal en fonction du temps. Phases de séchage et de retour à l'équilibre.

thermique de l'air, est de l'ordre de 60; on en déduit le nombre de Nusselt selon [11] par :

$$Nu_d \simeq \frac{1}{2} Pe_d \frac{d}{L} \simeq 1,6.$$

α_c rapporté à la moyenne arithmétique des différences de température fluide—canal est donné par : $\alpha_c = Nu_d \lambda / d \simeq 2,2 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$. On a donc enfin : $\beta_m \simeq 2,2 \times 10^{-3} \text{ m s}^{-1}$.

En se référant à notre système de potentiel de transfert de masse—l'humidité relative de l'air—et écrivant :

$$j_m = \beta_\phi (\phi_s - \phi_a)$$

on a : $\beta_\phi = \beta_m p_s(T) / 100 R_v T$ avec $R_v = 462 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ pour la vapeur, $T = 293 \text{ K}$ et $p_s(293) \simeq 2300 \text{ Pa}$. D'où $\beta_\phi = 4 \times 10^{-7} \text{ kg m}^{-2} \text{ s}^{-1} \%^{-1}$.

En effectuant un bilan relatif à l'humidité de l'air entre son entrée et sa sortie du canal on observe des densités de flux massique de l'ordre de $2 \times 10^{-6} \text{ kg m}^{-2} \text{ s}^{-1}$ et par suite un écart moyen de 5% entre humidités ϕ_s en surface du canal et ϕ_a au centre de la veine d'air injecté. Ceci nous semble justifier la modélisation proposée en 3. En réalité, la perturbation apportée par la sonde dans l'écoulement fait que celle-ci mesurera une valeur de l'humidité intermédiaire entre les deux précédentes.

Le mortier étudié a été amené en état hygroscopique par un premier séchage énergétique des deux faces de la plaque; on a alors mesuré b_m par la méthode décrite ici et par celle décrite en [1]. Ces méthodes font appel à des séchages faiblement perturbateurs de la teneur en eau, ce qu'on a vérifié.

Un nouveau séchage énergétique (débit d'air sec important pendant une durée prolongée) permet d'abaisser la teneur en eau et un nouveau couple de

valeurs de b_m peut alors être déterminé après retour à l'équilibre du matériau. On parcourt de la sorte, par étapes successives, la courbe de désorption du mortier dont des échantillons sont prélevés à chaque étape afin d'en mesurer la teneur en eau [1].

On donne (Fig. 5) pour $u = 20 \text{ g kg}^{-1}$ l'évolution en un point médian de la plaque de ϕ_a en fonction du temps t et (Fig. 6) en fonction de $\sqrt{(t-t_s)}$. Ce dernier graphe permet d'accéder à la valeur de b_m d'après 3.

Précisons les conditions expérimentales: on a $U = 0,067 \text{ m s}^{-1}$, $c_{ma} = 1,5 \times 10^{-4} \text{ kg/kg } \%$ à 20°C , $m_a = 0,01 \text{ kg m}^{-2}$. Par ailleurs, les méthodes décrites en [1] ainsi que les données d'autres auteurs (voir plus loin) permettent d'évaluer λ_m et a_m . Pour $u = 20 \text{ g kg}^{-1}$ par exemple, les ordres de grandeur sont $\lambda_m = 1,2 \times 10^{-10} \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1} \%^{-1}$ et $a_m = 1,5 \times 10^{-9} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$. Tout ceci fait qu'on est dans des conditions voisines de celles pour lesquelles on a tracé les graphes théoriques (Figs. 2, 3): $U^* = 0,1$, $V^* \simeq 10^4$. Ceci facilite les comparaisons. On observe ainsi un bon accord entre modélisation et expérimentation. On vérifie enfin (Fig. 7) que lorsque la durée de séchage devient importante, la pente du graphe de ϕ_a en fonction de $\sqrt{(t-t_s)}$ atteint la valeur limite $2/\pi\sqrt{t_s}$.

On a représenté (Fig. 8) l'effusivité massique b_m en fonction de la teneur en eau de la plaque de mortier, b_m étant obtenu par les méthodes décrites en [1] et dans le présent article. On observe une bonne concordance entre les deux procédés.

On a, tout au long, formulé l'hypothèse d'isothermie du montage: on en donne ici une justification expérimentale pour les deux méthodes de mesure de b_m : celle décrite ici (Fig. 9) et celle décrite en [1] (Fig. 10). On justifie par là même également l'expression donnée pour α_c et par suite les valeurs de β_m et β_ϕ et enfin l'évaluation de $(\phi_s - \phi_a)$.

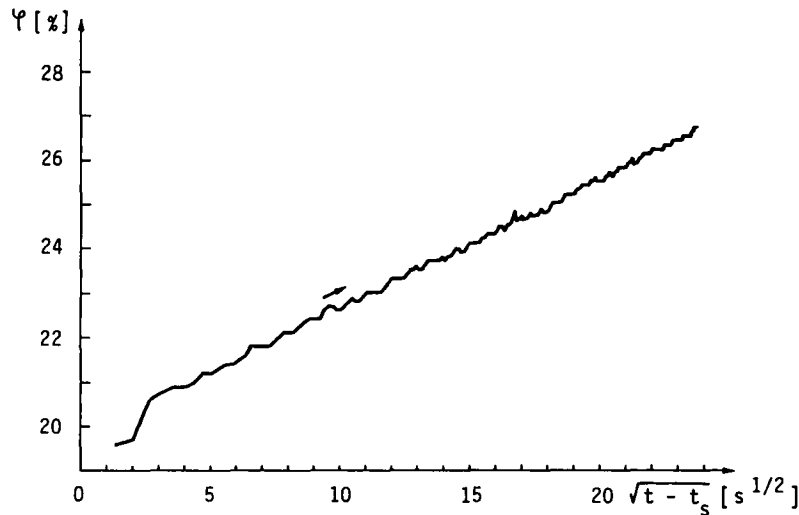


FIG. 6. Evolution de l'humidité relative de l'air du canal en fonction de $\sqrt{(t-t_s)}$. Phase de retour à l'équilibre. Durée t_s brève.

4.2. Analyse des résultats. Validité des hypothèses formulées

Il faut souligner que la démarche adoptée pour l'étude de plaques de mortier a toujours été la suivante [3]: mesure de a_m et b_m puis calcul de λ_m et $\rho_0 c_m$. De par ses dimensions, a_m s'avère indépendant du choix du potentiel de transfert d'humidité. On compare plus loin les valeurs obtenues avec celles d'autres auteurs. b_m , analogue de l'effusivité thermique, est susceptible d'intervenir dans des problèmes avec conditions aux limites de deuxième espèce (densité de flux imposée).

Il faut maintenant relier la grandeur b_m que l'on a introduite aux données existantes; ce raccordement ne peut en fait être qu'indirect: la grandeur $\sqrt{(\lambda_m \rho_0 c_m)}$ rapportée au potentiel de transfert de masse θ_m n'ap-

paraît que chez Luikov [6] et sans qu'il en soit donné de valeurs numériques.

Partant de la relation: $\lambda_m = b_m \sqrt{a_m}$, on a dressé le Tableau 1 pour deux valeurs de u ; on a dressé également un Tableau 2 comparatif des valeurs de a_m .

On peut observer d'abord (Tableau 2) que les valeurs de a_m mesurées en [3] se trouvent bien encadrées par celles fournies par Perrin [4] et Daïan [13].

La conductivité massique λ_m que l'on a calculée à partir des valeurs de a_m et b_m peut, quant à elle, être rapprochée des résultats de Fauconnier *et al.* [14], de Berthier [15] et de Delcelier [16].

Ces auteurs créent une différence constante de pression partielle de vapeur entre les deux faces d'une éprouvette (méthodes de la coupelle sèche et de la

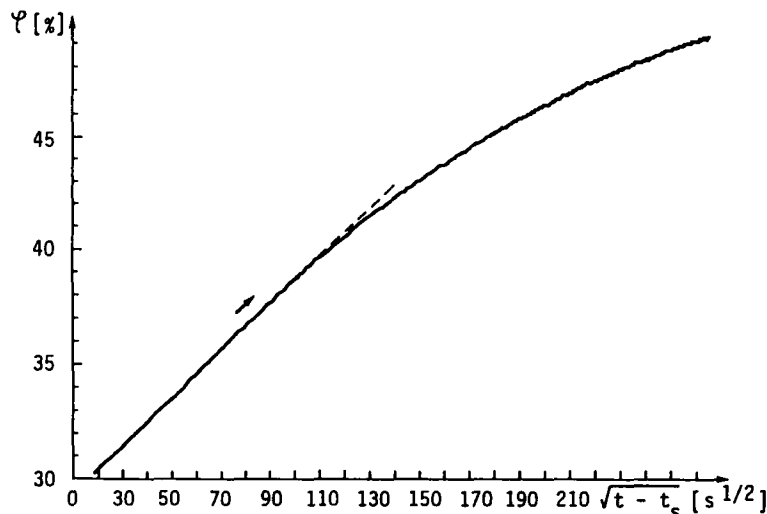


FIG. 7. Evolution de l'humidité relative de l'air du canal en fonction de $\sqrt{(t-t_s)}$. Phase de retour à l'équilibre. Durée t_s élevée.

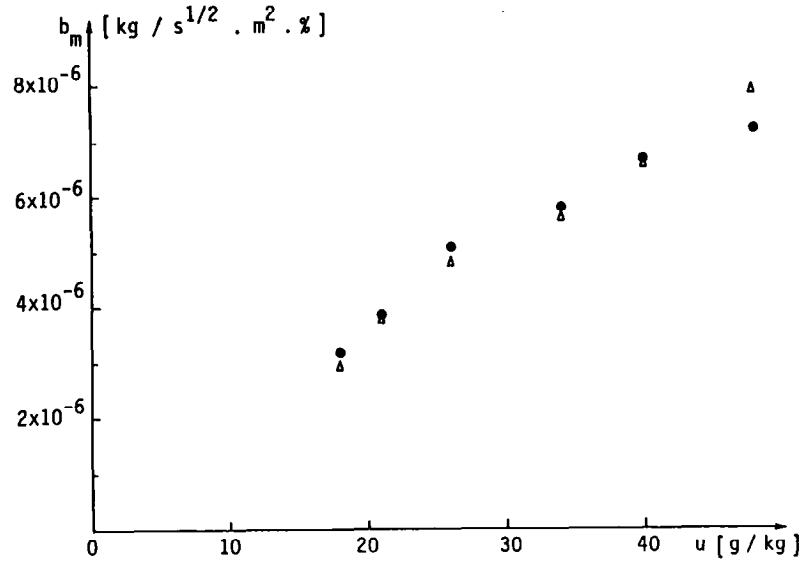


FIG. 8. Effusivité massique b_m d'un mortier en fonction de sa teneur en eau : (●) méthode décrite en [1]; (Δ) méthode présente.

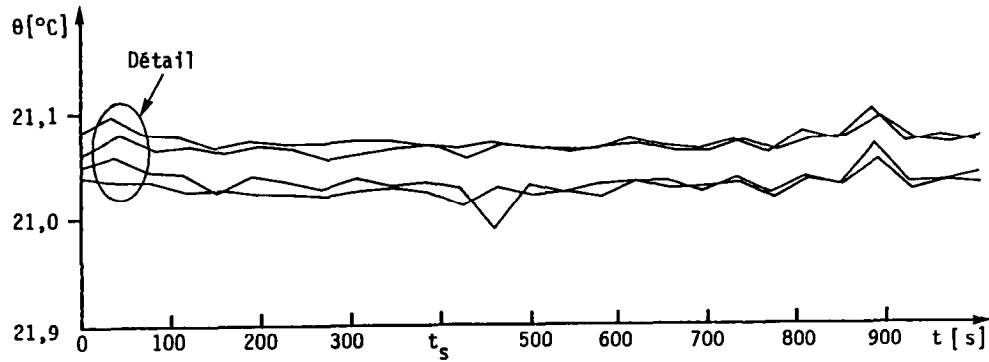


FIG. 9. Isothermie du montage. Durée t_s brève. Détail, de haut en bas : (1) θ air entrée; (2) θ superficielle entrée; (3) θ air sortie; (4) θ superficielle sortie.

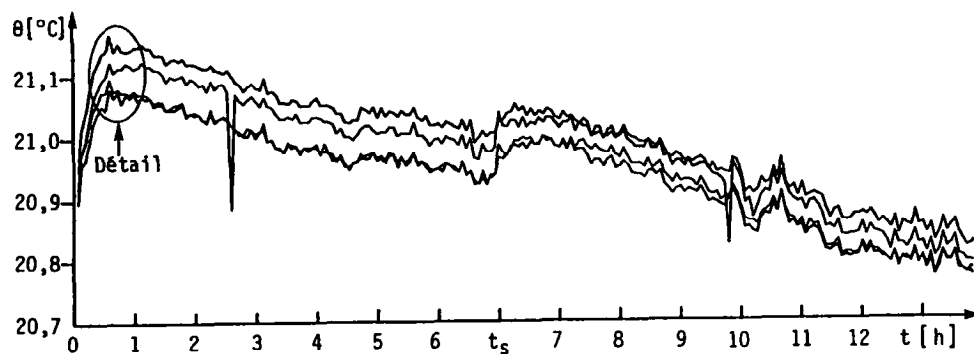


FIG. 10. Isothermie du montage. Durée t_s élevée. Détail, de haut en bas : (1) θ air entrée; (2) θ air sortie; (3) θ superficielle entrée; (4) θ superficielle sortie.

Tableau 1. Diffusivité, effusivité, conductivité massiques en fonction de la teneur en eau

u (g kg ⁻¹)	a_m (m ² s ⁻¹) (d'après [3])	b_m (kg s ^{-1/2} m ⁻²) (présent article)	λ_m (kg s ⁻¹ m ⁻¹) (calculé)
20	$1,5 \times 10^{-9}$	$3,5 \times 10^{-6}$	$1,4 \times 10^{-10}$
40	$3,3 \times 10^{-9}$	$6,7 \times 10^{-6}$	$3,8 \times 10^{-10}$

Tableau 2. Diffusivités massiques comparées

u (g kg ⁻¹)	a_m (m ² s ⁻¹) (théorique [4])	a_m (m ² s ⁻¹) (expérimental [4])	a_m (m ² s ⁻¹) (expérimental [13])
20	$1,7 \times 10^{-9}$	4×10^{-9}	4×10^{-10}
40	$5,2 \times 10^{-9}$	$7,9 \times 10^{-9}$	$2,9 \times 10^{-10}$

couppelle humide). Il s'établit en régime permanent, ce qui est très long à obtenir, un flux constant d'humidité estimé par pesées; il en est déduite une 'perméabilité à la vapeur d'eau en régime permanent'.

Il est ainsi donné en [15] une perméabilité de 3×10^{-3} g h⁻¹ m⁻¹ mm Hg⁻¹, soit $6,64 \times 10^{-12}$ kg s⁻¹ m⁻¹ Pa⁻¹ pour un béton ordinaire. Cette valeur, ramenée à notre système de grandeurs, donne à 20°C, température à laquelle la pression de vapeur saturante est d'environ 2300 Pa :

$$\lambda_m = 1,4 \times 10^{-10} \text{ kg s}^{-1} \text{ m}^{-1} \%^{-1}.$$

Notons enfin que, très récemment, Daïan *et al.* [17] ont recensé des résultats tout à fait voisins concernant cette 'perméabilité à la vapeur', terme au reste mal choisi selon ces auteurs.

Un bon accord est ici constaté entre une méthode statique classique et les conséquences de la méthode dynamique que l'on a développée en [1] et dans le présent papier.

Une mesure directe de λ_m est également possible [1, 3, 9] à partir de la réponse en humidité relative de l'air dans un canal de section circulaire réservé dans le mortier et soumis à un échelon de séchage isotherme. Les résultats obtenus alors présentent une bonne concordance avec ceux que l'on vient de donner. λ_m pourrait s'avérer être le paramètre intéressant dans le cas d'un régime permanent.

Il nous reste maintenant à rapprocher les valeurs de c_m (soit c_{m1} et c_{m2}) obtenues à partir de $\rho_0 c_{m1} = b_m / \sqrt{a_m}$ et résultant de la courbe de désorption: $c_{m2} = (\partial u / \partial \phi)_0$.

On a observé de façon constante [3, 18], pour des teneurs en eau comprises entre 20 et 40 g kg⁻¹ un rapport c_{m2}/c_{m1} compris entre 6 et 7, les ordres de grandeur étant :

$$c_{m1} \simeq 5 \text{ à } 7 \times 10^{-5} \text{ kg/kg\% [3, 18]}$$

$$c_{m2} \simeq 4 \text{ à } 6 \times 10^{-4} \text{ kg/kg\% [3, 4, 13, 18].}$$

On a souligné récemment [19] cette contradiction :

d'une part, l'ensemble de méthodes de mesure de a_m , b_m et λ_m , avec toutes les variantes que l'on a pu développer, aboutit constamment à des résultats compatibles entre eux et en bon accord, comme on a vu, avec ceux obtenus par d'autres auteurs par des méthodes radicalement différentes, d'autre part, nos courbes de désorption sont voisines de celles de ces mêmes auteurs. Sur la base de travaux tels que ceux de Daïan *et al.* [17], on pourra envisager de tenter de lever ce paradoxe. Il faut remarquer que la signification même de la notion de teneur en eau et de sa mesure—pesée d'échantillons avant et après passage à l'étuve à 75°C—peut inciter à une certaine prudence. C'est ainsi que par dessiccation sous vide à 20°C d'échantillons identiques on observe des teneurs en eau beaucoup plus faibles que par passage à l'étuve. On en déduit alors des valeurs de c_{m2} beaucoup plus proches de celles de c_{m1} : $c_{m2} \simeq 1,2 \times 10^{-4}$ kg/kg%.

Des travaux expérimentaux et théoriques vont donc devoir être entrepris afin d'obtenir une cohérence complète de l'ensemble de nos démarches.

Il nous reste enfin à justifier la validité de l'hypothèse de linéarité de l'équation de diffusion isotherme de l'humidité. Remarquons d'abord que tant c_{m1} que c_{m2} apparaissent comme constants sur une assez large plage d'humidités; les non-constances de λ_m et a_m sont donc du même ordre—en fonction de u comme de ϕ . On est amené à comparer les solutions de :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(a_m \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \quad \text{et de} \quad \frac{\partial \phi_0}{\partial t} = a_m \frac{\partial^2 \phi_0}{\partial x^2}.$$

Ce travail a été effectué par l'analyse classique [3] en supposant, ce qui paraît raisonnable a posteriori, a_m fonction linéaire de ϕ , ϕ écart à partir d'un état d'équilibre du matériau. Soit :

$$a_m = a_0 + a_1 \phi.$$

On aboutit ainsi pour la réponse d'une plaque à un échelon isotherme de densité de flux d'humidité à une

équation implicite pour $x = 0$ entre $\phi_0(0, t)$ et $\phi(0, t)$:

$$\phi_0 = \frac{1}{2} \left(\frac{a_0}{a_1} \pi \phi_0 \right)^{1/2} \ln \left[\frac{1 + \phi \left(\frac{a_1}{a_0 \pi \phi_0} \right)^{1/2}}{1 - \phi \left(\frac{a_1}{a_0 \pi \phi_0} \right)^{1/2}} \right]$$

Une représentation graphique de ϕ en fonction de ϕ_0 pour diverses valeurs de a_1/a_0 a été donnée. Ce graphe associé à un graphe expérimental $\phi(0, t)$ permet de revenir à $\phi_0(0, t)$ et par suite à la diffusivité a_0 . On peut, dans un domaine moyen d'humidités, prévoir des valeurs de a_1/a_0 comprises entre 0,01 et 0,1. Si on considère la phase finale de retour à l'équilibre du matériau perturbé, lorsque l'écart ϕ devient inférieur à 10% on obtiendra a_0 pratiquement sans avoir à effectuer de correction.

5. CONCLUSION

Dans des matériaux tels que le mortier, les transferts massiques s'effectuent extrêmement lentement. Par suite, les durées des opérations de mesure dans les méthodes classiques de détermination de la diffusivité ou de la perméabilité sont, elles aussi, très importantes. Ayant proposé en [1] des méthodes relativement rapides de mesure de ces grandeurs, nous pensons avoir mis en évidence ici la possibilité d'obtenir en quelques minutes la valeur d'une de ces grandeurs, b_m , qui est l'analogue de l'effusivité thermique b et par suite interviendra dans des problèmes avec condition aux limites de deuxième espèce (densité de flux imposée). Par ailleurs, la connaissance de b_m conjointement à celle de a_m permettra de calculer λ_m et donc d'évaluer la perméabilité du matériau.

Il faut noter toutefois que seule la zone superficielle de la plaque de matériau est concernée par ce procédé de mesure ; ceci n'offre pas d'inconvénient si le matériau est initialement en équilibre, c'est à dire si cette zone présente la même teneur en eau que les couches plus profondes. Dans une étape ultérieure, en jouant sur cette minceur de la zone concernée par la mesure de b_m on pourra envisager l'étude d'un matériau en déséquilibre hygrique et divisé en plaques minces auxquelles sera appliquée la méthode décrite ici.

On a enfin été amené à souligner les difficultés résultant de l'écart important entre valeurs c_{m1} et c_{m2} de c_m suivant le mode de détermination de cette grandeur. Nous nous proposons maintenant de tenter de lever ces difficultés. La détermination rapide de a_m — qui est une grandeur essentielle — à partir de celles de b_m et c_m serait alors envisageable.

BIBLIOGRAPHIE

1. G. Bastian, Fast measurement of hygrothermal properties of a porous material under hygroscopic conditions, *6th Int. Drying Symp.*, Versailles, tome 1, pp. 93–98 (1988).
2. C. Moyne, Transferts couplés chaleur-masse lors du séchage : prise en compte de la phase gazeuse, Thèse d'Etat, Nancy (1987).
3. G. Bastian, Détermination dynamique des paramètres des transferts couplés de chaleur et d'humidité au sein d'un mortier en régime hygroscopique, Thèse d'Etat, Nantes (1989).
4. B. Perrin, Etude des transferts couplés de chaleur et de masse dans des matériaux poreux consolidés non saturés utilisés en Génie Civil, Thèse d'Etat, Toulouse (1985).
5. C. Moyne, A. Allay et A. Degiovanni, Validation de la méthode impulsione pour la mesure des propriétés thermiques, *Euromech 194*, Nancy, pp. 99–102 (1985).
6. A. V. Luikov, *Heat and Mass Transfer in Capillary-porous Bodies*, pp. 249, 406 et 426. Pergamon Press, London (1966).
7. G. Dévoré et R. Annequin, *Cours de Physique*, tome 2, p. 8. Vuibert, Paris (1964).
8. K. Shiba and M. Ueda, Moisture test of walls by hygrometry, *RILEM/CIB Symp.*, Helsinki, 6.6, pp. 1–4 (1965).
9. G. Bastian, Détermination de la conductivité massique d'humidité par une méthode transitoire de type sonde cylindrique, Groupement Universitaire de Thermique, Mesure de l'humidité dans les matériaux, Paris, pp. 153–169 (1984).
10. O. Krischer, Über die Bestimmung der Wärmeindringzahl in einem Kurzzeitverfahren, *Chem.-Ing. Tech.* 26, 42–44 (1954).
11. O. Krischer et K. Kröll, *Technique du Séchage*, traduction CETIAT, pp. 189, 307. Orsay (1963).
12. H. S. Carslaw and J. C. Jaeger, *Conduction of Heat in Solids*, pp. 274, 396. Clarendon Press, London (1959).
13. J. F. Daïan, Processus de condensation et de transfert d'eau dans un matériau méso et macroporeux. Etude expérimentale du mortier de ciment, Thèse d'Etat, Grenoble (1986).
14. R. Fauconnier, B. Florence et A. Laugier, Le transfert d'humidité dans les matériaux isolants, Etudes thermiques et aérauliques 10E, pp. 151–179 (1979).
15. J. Berthier, Diffusion de vapeur au travers des parois. *Condensation, R.E.E.F.*, Vol. 2, p. 57. C.S.T.B., Paris (1980).
16. P. Delcelier, Transferts de vapeur, *Cahiers du C.S.T.B.* 298, 1–18 (1989).
17. J. F. Daïan, J. Saliba, D. Quénard et M. C. Malatrait, Transfert de la vapeur d'eau en présence d'une phase condensée dans les matériaux mésoporeux, simulation par réseaux, S.F.T., Milieux poreux et séchage, Paris (1991).
18. N. Al Sheikh Hassan et G. Bastian, Paramètres découplés des transferts de chaleur et d'humidité d'un mortier hygroscopique en équilibre en fonction de sa teneur en eau, *Ann. I.T.B.T.P.* 484, 45–59 (1990).
19. G. Bastian et N. Al Sheikh Hassan, Couplage chaleur-humidité : mesure du coefficient de thermomigration de l'humidité, S.F.T., *Actes du Colloque de Thermique*, Nantes, tome 2, pp. 235–238 (1990).

INSTANTANEOUS MEASUREMENT OF THE MOISTURE MASS EFFUSIVITY OF A
HYGROSCOPIC MATERIAL

Abstract—We have developed an analogy between heat transfer parameters and moisture isothermal parameters inside a capillary-porous body. Here we set up a very quick method of determination of a parameter that, using the analogy with thermal effusivity, we shall name moisture mass effusivity. This method may be used for hygroscopic materials. Mass effusivity is inferred from the analysis of the evolution of the air's relative humidity near a plate of the material under investigation, this evolution resulting from a short isothermal drying rectangular pulse of the plate. Laboratory experiments have been conducted on mortar plates with various water contents. The results show a good agreement with those we have obtained by means of a slower method, set up previously, and with other results that may be deduced from known data.